



TITLE:

二三の話題をめぐって: スピン系の
フラストレーション、そのアンチ
テーゼ、量子系の熱力学関数(磁性
体における新しいタイプの相転移
現象, 研究会報告)

AUTHOR(S):

中野, 藤生

CITATION:

中野, 藤生. 二三の話題をめぐって: スピン系のフラストレーション、そのアンチテーゼ、量子系の熱力学関数(磁性体における新しいタイプの相転移現象, 研究会報告). 物性研究 1986, 46(4): 481-486

ISSUE DATE:

1986-07-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/92170>

RIGHT:

二 三 の 話 題 を め ぐ っ て

—— スピン系のフラストレーション, そのアンチテーゼ,
量子系の熱力学関数 ——

名大工 中野 藤生

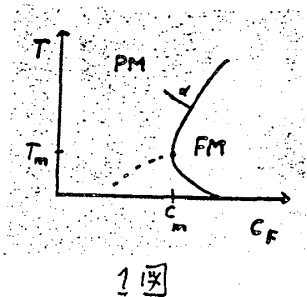
結晶格子上的スピンの排列に競合がある、スピン系にフラストレーションが生ずる場合、平均場近似の観点からでは、安定な熱平衡状態の予想が立てにくい。そんな場合にはどんなスピン構造が現れるかという問題はスピングラス (SG) の現象とも関連して興味を持たれる。f.c.c. 格子中で正負の交換相互作用が混在しているものの磁性を、平均場近似を越えて調べてみることに本論で取り上げる第一の話題である。

第二の話題は、30 気圧に近い圧力の下で出現し、b.c.c. 格子を形成する ^3He 固体のスピン排列の問題である。1 mK 近くの低温で c 軸方向に上上下下という順で繰返すスピン排列 (uudd 構造) が観測されている。この事実、平均場近似に基づく考察によくと、通常の 2 体の交換相互作用だけでなく、3 体及び 4 体の交換相互作用が働いていることが知られている。このような相互作用は、4 箇のスピンをループとして結合し、uudd 構造を安定化する働きを持っていて、唯 2 箇のスピンを結合して両端はグラグラのまゝであるとは異なって、揺ぎの発達を抑えこんで、秩序の崩壊を抑えることはなさそうに思われる。このような体系については、高次の影響が平均場近似の結論にどのように及ぶかについては、これまでに知見がなけりから、少し調べてみようというものが第二の話題である。これに付してフラストレーション問題のアンチテーゼに位置するとも考えられる。

第三の話題は第一、第二の話題を取扱うのに用いた理論的方法に関するもので、量子系の熱力学の基盤に解かるものである。

§1 競合の起るランダム・スピン系の磁性¹⁾

Binder²⁾ は、スピン・ガラスについて、強磁性的 (+), 反強磁性的 (-) の交換相互作用の競合のため、後者割合が増すと、ついには強磁性が起らなくなり、その近傍では微妙な磁性が現れるが、それを SG だと言っている。1 図はその相図を表している。C_F は + ボンドの割合で、FM, PM はそれぞれ強磁性相、常磁性相を表している。彼は、最近接間及び第 2 近接間の交換相互作用をそれぞれ J_1, J_2 とすると、 $J_1 > 0$, $J_2 < 0$, $|J_2| \ll J_1$ であるとき、温度 $T \gg |J_2|/k$ では J_2 の効果は顕れなけり、十分低温では影響を及ぼし、強磁性相の不安定化を招くので (1 図 ($C_F \equiv J_1/|J_2|$)), FM と PM との境目の曲線が低温部分で左に折れ曲る。C_F = C_m の右側ではいわゆる Reentrant transition が起る。破線では $T_c - T$ 曲線



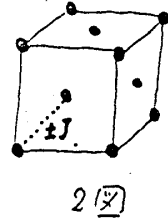
1 図

(x : 零磁場磁化率) にピークが現れる。破線以下の領域を SG だと考えているようである。複雑な競合のあるスピン系でも同様なことになると推定しているが、微視的なハミルトニアンからこのような相図を導くことは手に負えないとして、彼は 1 図上の曲線からの距離 d をパラメータにとって、スケールリング論による考察を行っている。

本研究では、曲りなりにもハミルトニアンに基く考察に手を付けようとするのである。

二通りの模型 I, II を採用する。模型 I は f.c.c. 格子上の $\pm J$ ハイゼンベルグ模型である。ハミルトニアンを

$$H = -\frac{J}{2} \sum_{\langle ij \rangle} \mu_{ij} \sigma_i \cdot \sigma_j \quad \left(\begin{array}{l} \sigma_i \text{ はパウリ行列ベクトル} \\ \mu_{ij} = \pm 1, J > 0 \end{array} \right) \quad (1)$$



と置く。 μ_{ij} の値は最近接対間のボント $\langle ij \rangle$ の種類を表し、+1 ならは強磁性、-1 ならは反強磁性であることになる。従って $\sum \mu_{ij}$ のランダム平均 $\mu \equiv \langle \mu_{ij} \rangle$ は $C_F - C_A = 2C_F - 1$ に等しい (C_F, C_A は +1, -1 の割合)。 σ_i の熱平均 $\langle \sigma_i \rangle$ は熱力学般共役な変数の kT 分の 1 (今 A 場を h とし、 $\mu_B H / kT$ に等しい)。 μ_B はボント磁子、 H は磁場を表す) として状態和

$$Z = \text{Tr} \left(e^{\sum_i \sigma_i z} e^{-\beta H} \right) = \text{Tr} \left(e^{\sum_i \sigma_i z - \beta H} \right) = Z_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n}{n!} \langle H^n \rangle, \quad (2)$$

$$Z_0 = \text{Tr} \left(e^{\sum_i \sigma_i z} \right) = 2^N \cosh^N z, \quad \langle H \rangle \equiv \text{Tr} \left(e^{\sum_i \sigma_i z} H \right) / Z_0. \quad (3)$$

を作る。(2) 式より $\ln Z$ の自由エネルギー

$$G = -kT \ln Z = \ln Z_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-\beta)^n}{n!} K_n, \quad K_n = \frac{\partial^n}{\partial \lambda^n} \ln \langle e^{\lambda H} \rangle \Big|_{\lambda=0} \quad (4)$$

が導かれる。 K_n ($n=1, 2, 3$) は

$$K_1 = P_1 z^2, \quad K_2 = Q_0 + Q_1 z^2 + Q_2 z^4, \quad K_3 = R_0 + R_1 z^2 + R_2 z^4 + R_3 z^6, \quad (z \equiv \tanh \xi) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} P_1 &= -3J\mu, \quad Q_0 = 4.5J^2, \quad Q_1 = 3J^2(11\mu^2 - 1), \quad Q_2 = -34.5J^2\mu^2 \\ R_0 &= 4.5J^3(\mu - 4\mu^3), \quad R_1 = 1.5J^3(67\mu - 343\mu^3) \end{aligned} \quad (6)$$

12 より与えられる。(4) 式に基いて秩序パラメータ σ (z は磁化の比値) :

$$\sigma = \frac{1}{N} \frac{\partial}{\partial z} \ln Z = z - \beta \frac{\partial K_1}{\partial z} (1 - z^2) + \frac{\beta^2}{2} \frac{\partial K_2}{\partial z} (1 - z^2) - \frac{\beta^3}{6} \frac{\partial K_3}{\partial z} (1 - z^2) \quad (7)$$

が導かれる。(7) 式を z について解いて、 z を σ の関数として求めると、ヘルミホルツの自由エネルギー $F(\sigma, T)$ を導くことができる :

$$\begin{aligned} \frac{F(\sigma, T) - F(0, T)}{NkT} &= \int_0^\sigma z d\sigma = \frac{1+\sigma}{2} \ln(1+\sigma) + \frac{1-\sigma}{2} \ln(1-\sigma) + \beta P_1 \sigma^2 + \frac{\beta^2}{2} \{ (4P_1^2 - Q_1) \\ &\quad \sigma^2 - (4P_1^2 + Q_2) \sigma^4 \} + \beta^3 \{ (4P_1^3 - 2P_1 Q_1 + \frac{1}{6} R_1) \sigma^2 + (-\frac{40}{3} P_1^3 + 2P_1 Q_1 - 4P_1 Q_2 + \frac{1}{6} R_2) \sigma^4 + \frac{1}{6} (56P_1^3 \\ &\quad + 24P_1 Q_2 + R_3) \sigma^6 \}. \end{aligned} \quad (8)$$

磁化率は $\partial \{ F(\sigma, T) - N\mu_B H \sigma \} / \partial \sigma = (t/2) \ln \{ (1+\sigma)/(1-\sigma) \} + A\sigma + B\sigma^3 + C\sigma^5 - h = 0$ から求められる、 $\sigma = \sigma_0 + \chi_0 h + \chi_1 h^2/2 + \chi_2 h^3/6$ (σ_0 は自発磁化) とする

$$\chi_0 = \frac{1}{U}, \quad \chi_1 = -\frac{V}{U^3}, \quad \chi_2 = \frac{3V^2 - UW}{U^5}. \quad (9)$$

$$U = (1 - \sigma^2)^{-1} t + A + 3B\sigma_0^2 + 5C\sigma_0^4, \quad V = 2\sigma_0(1 - \sigma_0^2)^{-2} t + 6B\sigma_0 + 20C\sigma_0^3, \\ W = 2(1 + 3\sigma_0^2)(1 - \sigma_0^2)^{-3} t + 6B + 60C\sigma_0^2 \quad (10)$$

が導かれる。 $T, H \propto t^{-1/2}$ に $t \equiv hT/J$, $h \equiv M_B H/J$ を用いた。 A, B, C は

$$A = 2\beta P_1 + \beta^2(4P_1^2 - Q_1) + 2\beta^3(4P_1^3 - 2P_1Q_1 + \frac{R_1}{6}), \quad B = -2\beta^2(4P_1^2 + Q_2) + 4(-\frac{40}{3}P_1^3 + 2P_1Q_1 + \frac{R_2}{6}), \\ C = 56P_1^3 + 24P_1Q_2 + R_3 \quad (11)$$

によって与えられる。又 $F(0, T)$ 及び熱容量 C については

$$\frac{F(0, T)}{NJ} = -t \ln 2 - \frac{Q_0}{2tJ^2} + \frac{R_0}{6t^2J^3}, \quad \frac{C}{Nk} = \frac{Q_0}{t^2J^2} - \frac{R_0}{t^3J^3} \quad (12)$$

が導かれる。なお1図に該当する相図を3図 ($C_m \approx 0.81$, $T_m \approx 2.51 J/k$) に示しておく。

模型IIはf.c.c.格子上で、最近接対間には $J_1 (> 0)$, 第二近接対間には $J_2' (< 0)$ 又は $J_2'' (< 0)$ の交換相互作用が働くものである。この種の模型は $Co(SxSe_{1-x})_2$ の磁性の考察に用いられたいとされている。³⁾ ハミルトニアンとして

$$H = -\frac{J_1}{2} \sum_{\langle ij \rangle} \sigma_i \cdot \sigma_j - \frac{1}{2} \sum_{\langle k\ell \rangle} \left(\frac{1 + \mu_{k\ell}}{2} J_2' + \frac{1 - \mu_{k\ell}}{2} J_2'' \right) \sigma_k \cdot \sigma_\ell \quad (13)$$

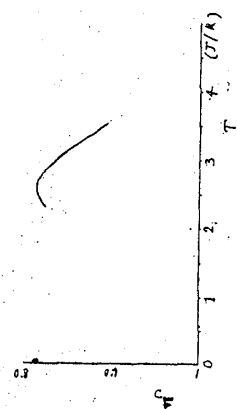
を用いる ($\mu_{k\ell} = \pm 1$)。 $\langle ij \rangle$ は最近接対を, $\langle k\ell \rangle$ は第二近接対を表す。この場合, (5)式には

$$P_1 = -J_1(3 + 1.5\alpha), \quad Q_0 = 2.25J_1^2(2 + \alpha^2), \quad Q_1 = J_1^2(30 + 36\alpha + 7.5\alpha^2 - 1.5\alpha_2), \\ Q_2 = -0.2J_1^2(138 + 144\alpha + 33\alpha^2), \quad R_0 = -0.25J_1^3(54 + 108\alpha - 9\alpha_3), \\ R_1 = -3J_1^3(138 + 276\alpha + 144\alpha^2 - 18\alpha_2 + 18.75\alpha^3 - 8.625\alpha\alpha_2 + 0.875\alpha_3). \quad (14)$$

$$\alpha = \{(J_2' - J_2'')c + J_2'\}/J_1, \quad \alpha_2 = \{(J_2'^2 - J_2''^2)c + J_2''^2\}/J_1^2, \\ \alpha_3 = \{(J_2'^3 - J_2''^3)c + J_2''^3\}/J_1^3 \quad (15)$$

が代入されるべきである。 $C \equiv 2\mu - 1$ ($\mu \equiv \langle \mu_{k\ell} \rangle$) とした。

4図, 5図は模型Iに対する結果を表す。4図は $\mu = 0.47, 0.45, 0.40$ の各場合の結果を, 実線, 破線, 点線で区別して描いている。(a) は χ_0 , (b) は $-\chi_2$, (c) は熱容量 C の温度依存性を示している。単位は記してないが, 適宜に理解して頂きたい。5図は $\mu = 0.7$ の場合の同様な結果を示している。4図(c), (b) に見られるように, χ_0 がある温度 T_g の近くでピークを示し, $-\chi_2$ も T_g の近くで一層鋭いピークを持つのは, Binder の主張と同様であるが, 彼の考えたように $C \leq C_m$ のように C_m に近い場合のみならず, C_F にもっと小さいときにも起こる可能性がある。実際5図ではこのようなことが起こっていない。FM-PM 転移が2次転移であるが, Binder は2次転移と仮定して推論しているため, このような相違が生じるわけである。SG の観測事実に似て, 熱容量に異常の



3図

理でない。模型IIに対する同様な結果は6図, 7図にそれぞれ示している。すべて $J_2' = -0.2$, $J_1, J_2'' = -0.7$ に選んでいる。6図では $c = 0.34$ の実線, $c = 0.28$ の破線, $c = 0.22$ の点線が描かれている。7図は $c = 0.7$ の場合である。

§2 固体 ^3He 中の核スピンの排列

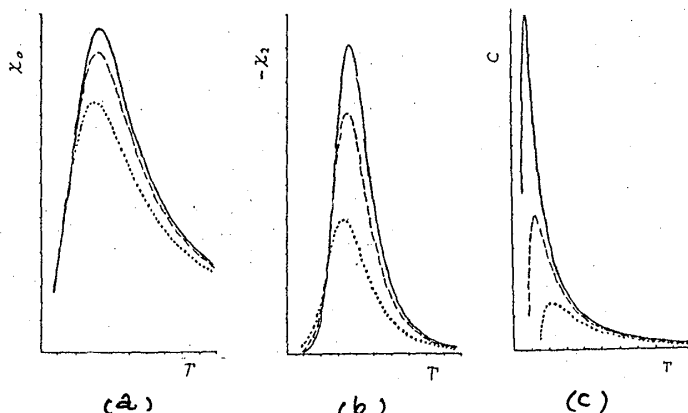
^3He 原子はb.c.c.格子を形成し、各核スピン(パウリ・スピン) σ_i に関する交換ハミルトニアンは

$$H = -\sum_{n=1}^3 \frac{J_n}{2} \sum_{\langle ij \rangle}^{(n)} (\sigma_i \sigma_j) + \sum_{\langle ij k \rangle} \frac{J_4}{4} \{(\sigma_i)(ik) + (ik)(ij)\} - \sum_{\alpha=P, F} \frac{K_\alpha}{4} \{(\sigma_i)(k\ell) + (i\ell)(kj) + 1_\alpha(ik)(j\ell)\} \quad (16)$$

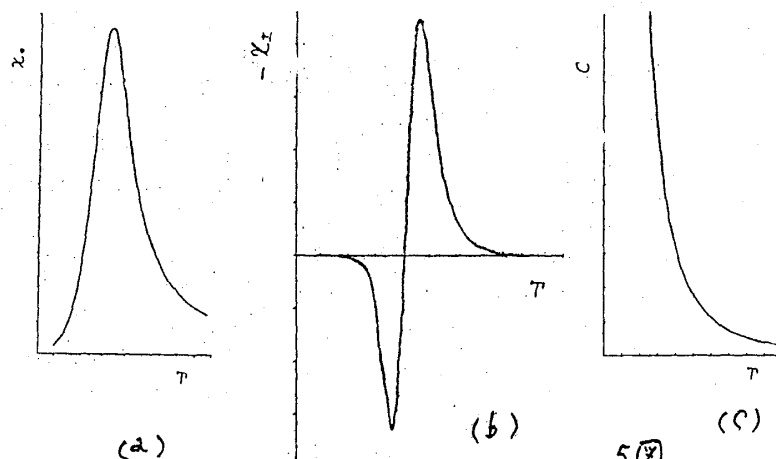
のように表される。 $\sigma_i \sigma_j \equiv \sigma_i \cdot \sigma_j$ で、

$$\begin{aligned} J_1 &= J_{NN} - 6J_T + 3K_P + 3K_F, \\ J_2 &= J_{2N} - 4J_T + K_P + 2K_F, \\ J_3 &= J_{3N} + K_P/2 \end{aligned} \quad (17)$$

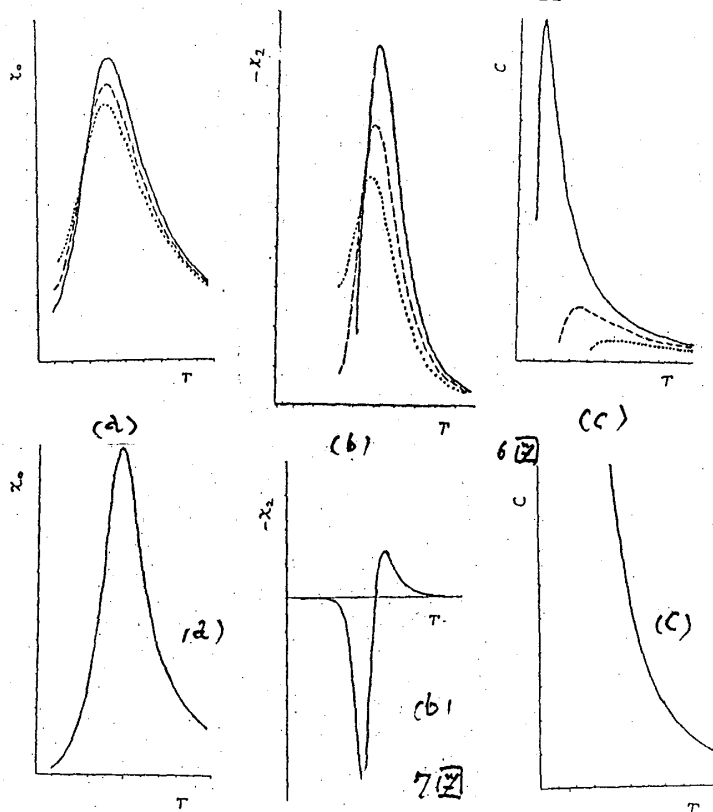
である。但し J_{NN}, J_{2N}, J_{3N} は最近接対間、第二近接対間及び第三近接対間の交換積分を表し、 J_T は3点間の交換積分、 K_P, K_F は菱形を形成する4点間の交換積分である。 K_P では4点が同一平面内にあり、 K_F ではそうでなく、菱形の真中で折れ曲っている。 $\lambda_P = \lambda_F = -1$ とするが、理論的にはそうでない場合も考えらる。(8図参照)。これに於ける状態和は、uudd秩序に対してパラメータを導入することによって



4図



5図

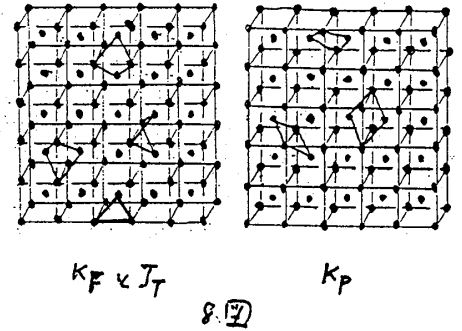


6図

7図

$$Z = \text{Tr} \left(e^{\sum_i \sum_j \tilde{J}_{ij} \sigma_i \sigma_j} e^{-\beta H} \right) \\ = Z_0 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \langle H^n \rangle \quad (18)$$

$$\left. \begin{aligned} Z_0 &= 2^N (1 - \varphi^2)^{-N/2} \quad (\varphi \equiv \tanh \xi) \\ \varphi &= \text{Tr} \left(e^{\sum_i \sum_j \tilde{J}_{ij} \sigma_i \sigma_j} \right) / Z_0 \end{aligned} \right\} \quad (19)$$



よって表される。以下 §1 と同様の手続きを繰り返すことにより、自由エネルギー $-F(\sigma, \pi)$ 、熱容量 C 、磁化率 χ などを求めることができる。

$$C = -T \frac{\partial^2 F}{\partial T^2} = N \frac{Q_0}{kT^2} \equiv \frac{Nk e_2}{4(kT)^2}, \quad \chi^{-1} = \frac{kT}{N\mu_B^2} \left(1 - \frac{\Theta}{T} + \frac{B}{T^2} + \dots \right), \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} e_2 &= 12J_1^2 + 9J_2^2 + \frac{63}{2}K_F^2, \quad \Theta = (4J_1 + 3J_2 + 6J_3)/k, \\ B &= \{ 4J_1^2 + 3J_2^2 + 6J_3^2 - 18J_1(K_P + K_F) + 1.5J_2(2K_F + K_P) + 1.5J_3K_P + 10.5K_F^2 - 2(K_F K_P) \}. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

スピン波の位相速度は x 方向, z 方向のそれぞれに伝播する c について

$$c_{||}^2 = 4(2J_1 + J_2 + 4J_3 + 3K_F)(J_2 + K_F - \frac{J_1^2}{K_F + 3K_P}), \quad c_{\perp}^2 = 4(2J_1 + J_2 + 4J_3 + 6K_P)(K_F - J_2)/2 \quad (c = c_{||}^{1/3} c_{\perp}^{2/3})$$

により与えられる。uddd 相のほか、標準的な強磁性 (b, c, c' 格子の角の点から上向き, 体心と下向き) についても調べ、それと 1 次近似, 2 次近似で求められた強磁性相への転移温度を以下の表に示す。 T_{U1} : uddd の 1 次近似の結果, T_{U2} : 同じく 2 次近似, T_{N1} : 標準的な強磁性の 1 次近似の結果, T_{N2} : 同じく 2 次近似。 $T_{N2} < T_{N1}$ の標準的な相, $T_{U2} > T_{U1}$ の注目される。この結果から見て、平均場近似の転移温度を基にして、種々の割定値ととって、交換積分の値を見積つても、それ程差支はないように思われる (A 表は引用文献に採集された交換積分値に基づくもの)。平均場近似で見積ら

J_{NM}	J_t	K_P	K_F	Θ	B	c	e_2	T_{U3}	T_{N3}	T_{U1}	T_{N1}
0	-0.13	-0.305	0	-2.25	0.586	8.314	7.188	2.83	1.09	1.22	0.74
0	-0.165	-0.33	-0.15	-2.7	-2.577	8.410	7.067	2.80	1.96	1.09	0.89
0	-0.1565	-0.247	-0.247	-3.26	-9.72	5.703	7.781	2.44	1.5	0.81	1.07
0	-0.132	-0.300	-0.1505	-3.34	-3.43	6.268	7.746	2.60	1.13	0.93	1.11
-0.377	-0.155	-0.327	0	-1.84	1.191	8.316	6.339	2.55	0.9	1.15	1.6
-0.345	-0.136	-0.316	0	-2.172	0.730	7.755	6.344	2.45	0.65	1.05	1.6

A

J_{NN}	J_t	K_P	K_F	Θ	B	c	e_2	T_{U2}	T_{N2}	T_{U1}	T_{N1}
-0.32	-0.1	-0.24	0	-2.00	0.510	5.208	4.627	1.9	<0.5	0.8	1.5
-0.3	-0.1	-0.24	0	-1.92	0.518	5.494	4.421	1.85	<0.5	0.8	1.4
-0.28	-0.1	-0.24	0	-1.84	0.549	5.681	4.224	1.85	<0.5	0.8	1.35
-0.28	-0.08	-0.2	0	-1.84	0.394	3.538	3.490	1.5	<0.4	0.6	1.2
-0.27	-0.08	-0.2	0	-1.80	0.318	3.444	3.395	1.5	<0.4	0.6	1.2
-0.27	-0.08	-0.16	0	-1.08	0.762	3.045	2.027	1.2	<0.4	0.5	1.0

B

J_{NN}	J_t	K_P	K_F	Θ	B	c	e_2	T_{U2}	T_{N2}	T_{U1}	T_{N1}	$T_{\bar{N}}$
-0.2	-0.1	-0.12	-0.12	-1.77	-1.072	1.930	2.443	1.06	0.16	0.26	0.16	-0.15
-0.2	-0.1	-0.14	-0.06	-1.35	0.343	3.105	1.202	1.06	0.26	0.26	0.26	-0.15
-0.2	-0.1	-0.19	-0.08	-1.41	-1.022	2.738	1.653	1.06	0.16	0.26	0.48	-0.15
-0.2	-0.15	-0.12	-0.12	-1.77	-1.612	1.430	2.245	1.1	<0.6	<0.6	<0.6	0
-0.2	-0.15	-0.14	-0.1	-1.77	-1.511	1.882	2.236	1.2	<0.6	<0.6	<0.6	0
-0.2	-0.05	-0.16	-0.05	-1.77	-1.302	2.120	2.221	1.3	<0.6	<0.6	<0.6	0

C

J_{NN}	J_t	K_P	K_F	Θ	B	c	e_2	T_{U2}	T_{N2}	T_{U1}	T_{N1}
-0.29	-0.07	-0.2	0	-2.04	0.160	3.536	3.644	1.5	<0.5	0.6	1.3
-0.24	-0.07	-0.16	0	-1.32	0.514	3.053	2.131	1.2	<0.5	0.5	1.1
-0.4	-0.19	-0.35	0	-2.86	0.357	8.008	8.771	2.6	<0.6	1.0	2.0
-0.4	-0.14	-0.33	0	-2.30	0.348	7.715	7.536	2.4	<0.6	1.0	1.8
-0.35	-0.10	-0.24	0	-2.12	0.410	4.496	4.696	1.8	<0.6	0.8	1.6
-0.10	-0.07	-0.16	0	-1.12	0.417	4.319	1.691	1.2	<0.6	0.6	0.6

D

また転移速度の値が真の値だと思ふ人は誰一人としてないだろう。

§3 量子系の秩序の熱力学的考察

§1, §2 における取扱いの基礎について考察したい。秩序パラメータ σ の温度 T の関数として状態和 $Y(\sigma, T)$ を求めるための数学的手段として、母関数

$$X(z, T) = \sum_{\sigma} z^{N\sigma} Y(\sigma, T) \quad (23)$$

が有用である。これを求めようとしていると、コーシーの積分公式に基き

$$Y(\sigma, T) = \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{X(z, T)}{z^{N\sigma+1}} dz = \frac{1}{2\pi i} \int_{\zeta-i\infty}^{\zeta+i\infty} X(e^{\zeta}, T) e^{-N\sigma\zeta} d\zeta \approx X(e^{\zeta}, T) e^{-N\sigma\zeta} \quad (24)$$

が、鞍点法評価の結果として得られる ($z \equiv e^{\zeta}$, $\zeta = \zeta + i\eta$)。 ζ は鞍点として、

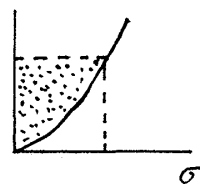
$$\sigma = \frac{1}{N} \frac{\partial}{\partial \zeta} \ln X(e^{\zeta}, T) \quad (25)$$

から決定される。(24), (25) を用いて、ヘルムホルツの自由エネルギーとして

$$F(\sigma, T) = -kT \ln Y(\sigma, T) = F(0, T) + NkT \int_0^{\sigma} \zeta(\sigma, T) d\sigma \quad (26)$$

が導かれる。その理由は以下の通り：(25) 式より $\ln X(e^{\zeta}, T) = \ln X(1, T) + N \int_0^{\sigma} \sigma d\zeta$ が導かれるが、9図で、破線と縦軸、横軸で囲まれた矩形の面積が $\zeta\sigma$ に等しいと仮定すると $\zeta\sigma = \int_0^{\zeta} \sigma d\zeta + \int_0^{\sigma} \zeta d\sigma$ が成立する。又

$$F(0, T) = -kT \ln X(1, T) \quad (27)$$



9図

も(24)式より明らかである。以上の考察に基づいて、(25) 式に用いられるべき X は(23)式によって与えられるべきであり、従って(23)式により

$$Z(\zeta, T) = X(e^{\zeta}, T) = \sum_{\sigma} e^{N\zeta\sigma} Y(\sigma, T) = \sum_{\sigma} e^{N\zeta\sigma} T_r e^{-\beta H} = T_r e^{\sum_{\sigma} \zeta \sigma_i} e^{-\beta H} \quad (30)$$

となる。(30)式は、 $\sum \sigma_i$ と H とが可換だと $T_r e^{\sum \zeta \sigma_i} e^{-\beta H}$ に等しいが、これも全くそれに等しくない。そのように、熱力学を量子系に適用する際には、古典熱力学では現れない問題が生ずる。

このために研究会にお招き頂いた上、懇親会を開いて楽しい一夜を送らせて下さった皆様の手厚い扱いは永く忘れられなうと存じます。厚く感謝いたします。

1) M. Hattori and H. Nakano, Prog. Theor. Phys. 投稿予定.

2) K. Binder, Z. Phys. B - Condensed Matter 48 (1982) 319

3) M. Hattori, K. Adachi and H. Nakano, J. Phys. Soc. Japan 26 (1969) 642; 35 (1973) 1025.

4) M. Roger, J. H. Hetherington and J. M. Delrieu, Rev. Mod. Phys. 55 (1983) 1.

5) K. Iwahashi, Y. Miwa and Y. Masuda, J. Phys. Soc. Japan 53 (1984) 3088.

6) H. L. Stipdonk and J. H. Hetherington, Phys. Rev. B 31 (1985) 4684.

7) H. Nakano and Hattori, Prog. Theor. Phys. 49 (1969) 642; S. Homma and H. Nakano,

ibid. 54 (1975) 19; M. Uwaha, S. Homma and H. Nakano, ibid. 61 (1979);

H. Nakano and H. Kimura, J. Phys. Soc. Japan 53 (1984) 975.